

Agata Fedorczyk, Bartłomiej Fedorczyk

Cantor wymiany numerów w Polskim Kryptoznaczku (1)

Od kilku lat w ramach kryptograficznej technologii łańcucha bloków (*ang. blockchain*) możliwe jest korzystanie z rozwiązania o nazwie NFT (*ang. non-fungible token*), a więc z tokenów, które stanowią pojedynczą i unikatową jednostkę cyfrową [1]. Potencjał jaki drzemie w powyższej technologii można z powodzeniem wdrożyć do filatelistyki, wzbogacając ją o dodatkowy, cyfrowy wymiar, wyrażony oraz zabezpieczony przez rozwiązania kryptologiczne. Poczta Polska S.A. od 2022 roku emituje wydania Polskiego Kryptoznaczka. Do momentu opublikowania tego opracowania wydano sześć kolekcji kryptoznaczka (dwie kolekcje główne oraz cztery kolekcje specjalne). Z uwagi na fakt, że NFT muszą charakteryzować się swoją unikalnością, przed twórcami projektu Polskiego Kryptoznaczka stało wyzwanie zaproponowania systemu numeracji tokenów cyfrowych, które są dołączone do waloru fizycznego i stanowią razem z nim komplementarny zestaw. Numery seryjne widoczne na bloku znaczka są powiązane z numerem identyfikacyjnym dla NFT (*ang. token ID*) za pomocą matematycznej funkcji parującej Cantora. Niniejsze opracowanie dotyczy przedstawienia tego, w jaki sposób numer seryjny znaczka fizycznego można przeliczyć na token ID, co pozwoli kolekcjonerom uszeregować swoje walory zgodnie z kolejnością ich numeracji. W przypadku tych bloków kryptoznaczków, które nie posiadają nadrukowanej wartości token ID, jak np. kolekcja „W przestworzach” (il. 1), ułatwi to dodatkowo porządkowanie walorów w klaszerze fizycznym i w klaszerze wirtualnym.



il. 1. Komplementarne walory kryptofilatelistyczne – walor fizyczny po prawej oraz walor NFT (cyfrowy) po lewej. W czerwonej ramce zaznaczono numer seryjny waloru fizycznego. W zielonej ramce zaznaczono token ID NFT.

Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor był niemieckim matematykiem, który zajmował się teorią mnogości. W swoich pracach opisywał różnego rodzaju zbiory złożone z nieskończenie wielu elementów. Fascynujące rozważania o aspektach odmiennych typów nieskończoności (bo jak się okazuje, jest ich wiele) doprowadziły go między innymi do frustracji i ciężkiej depresji. Wśród jego dokonań wymienić należy wspomnianą wcześniej funkcję parowania, która koduje dowolne dwie liczby (a , b) należące do zbioru liczb naturalnych w nowej liczbie (c) z tegoż zbioru. Nie będziemy tu dyskutować o wzorach tejże funkcji, bo owe nie implikują *per se* żadnego ciekawego zastosowania dla kryptofilatelistyki. Natomiast właściwość tej funkcji sama w sobie jest bardzo użyteczna do tworzenia nieskończenie wielu numerów token ID (opisujących NFT), które są komplementarne do numerów seryjnych fizycznych kryptoznaczków. Programista Polskiego Kryptoznaczka Dariusz Tyszka wykorzystał ową interesującą właściwość funkcji parowania, która w wyniku obliczeń tworzy ciągi liczb naturalnych, a wszystkie z wyrazów z jednego zbioru nie powtarzają się w innych zbiorach. Ta oto własność stała się idealnym rozwiązaniem problemu związanego z koniecznością utrzymania unikalności numeracji token ID dla wszystkich

NFT. Dzięki temu każdy token ID odnosi się specyficznie do unikalnego znaczka fizycznego opisanego numerem seryjnym. Wiedza o sposobie przeliczania obu tych numeracji jest szczególnie przydatna w przypadku kolekcji „W przestworzach”, „Odsiecz wiedeńska” oraz „Bitwa pod Chocimiem”, gdzie na blokach obok fraz mnemonicznych nadrukowany jest jedynie numer seryjny znaczka (zaznaczony w czerwonej ramce na il. 1), który można wprost przeliczyć na token ID (zaznaczony w zielonej ramce na il. 1) komplementarnego NFT, stosując niniejsze opracowanie.

Funkcja pary Cantora zwraca dla dowolnych dwóch argumentów a i b (liczby oznaczone wytłuszczoną czcionką na il. 2) jedną niepowtarzalną liczbę c . Dla przykładu dla argumentów $a=3$, $b=2$ wynik wynosi 17, a dla argumentów $a=2$, $b=3$ wynik wynosi 18. Zestawienie (il. 2) można rozwijać w nieskończoność dla obu argumentów a i b w sposób opisany poniżej.

W pierwszej kolejności wyjaśnijmy, skąd biorą się wartości w wierszach. W tym przypadku każdy następny wyraz powstaje w wyniku powiększenia wartości przypisanego do niego argumentu a o wartość przypisanego do niego argumentu b oraz poprzedzającego go wyrazu. I tak na przykład w pierwszym wierszu dla $b=0$ pierwszy wyraz to 0, zaś wyraz $c=3$ powstał przez dodanie do wartości odpowiadającego mu argumentu $a=2$ poprzedniego wyrazu $c=1$. Wyraz $c=10$ dla argumentu $a=4$ i z poprzedzającym go wyrazem $c=6$ jest wynikiem równania $4 + 6$ ($b=0$, zatem pomijamy tę wartość w obliczeniach). Analogicznie, w wierszu czwartym dla $b=3$ piąty wyraz $c=31$ powstał przez dodanie do wartości odpowiadającego mu argumentu a , wartości argumentu b oraz poprzedniego wyrazu ($4+3+24=31$). Wyjaśnijmy jeszcze, skąd biorą się wartości pojawiające się w pierwszej kolumnie dla $a = 0$. Pierwszy wyraz to 0, zaś każdy następny powstaje w wyniku zsumowania wartości przypisanych do niego argumentów a i b , wartości poprzedzającego go wyrazu (znajdującego się „oczko” wyżej) oraz dodatkowo liczby 1. I tak na przykład: wyraz o wartości 20 w tejże kolumnie dla $b=5$) jest wynikiem sumowania $5+14+1$. Jeśli chcielibyśmy rozwijać numerację w kolejnych kolumnach, stosujemy tę samą operację matematyczną; argumenty a i b wynoszące odpowiednio 2 i 4 zostały zakodowane w wartości $c = 25$ ($2+4+18+1$). Wartość c dla tych samych argumentów a i b musi być oczywiście jednakowa niezależnie od tego czy uzupełnianie tabeli prowadzimy w kolumnach czy w wierszach.

a b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
1	2	4	7	11	16	22	29	37	46	56	67
2	5	8	12	17	23	30	38	47	57	68	80
3	9	13	18	24	31	39	48	58	69	81	94
4	14	19	25	32	40	49	59	70	82	95	109
5	20	26	33	41	50	60	71	83	96	110	125
6	27	34	42	51	61	72	84	97	111	126	142
7	35	43	52	62	73	85	98	112	127	143	160
8	44	53	63	74	86	99	113	128	144	161	179
9	54	64	75	87	100	114	129	145	162	180	199

il.2. Tablica wartości c zwracanych przez funkcję pary Cantora dla dowolnych dwóch argumentów a i b .

Natomiast argument b odnosi się do numeru seryjnego fizycznego waloru.

Dla kryptoznaczków z kolekcji „Polska w kosmosie” (a także innych kolekcji) numeracja została wyznaczona następująco. W sposób arbitralny wybrano konkretne ciągi liczb c zestawionych w kolumnach, a każdej kategorii w kolekcji jako ciąg następczych token ID przypisano fragment innej kolumny. Tablica przedstawiona poniżej (il. 3) ilustruje przestrzenie numeracyjne token ID dla:

Tym sposobem można we własnym arkuszu kalkulacyjnym zestawić samodzielnie tablicę wyników funkcji Cantora o dowolnej liczbie argumentów a i b . Nie jest to konieczne, lecz docieklwym wspaniale zobrazuje jakie możliwości rozwinięcia nienakładających się ciągów numeracji dla NFT (token ID) istnieją jeszcze dla przyszłych kolekcji. Jak już wcześniej zaznaczyliśmy, sam wzór funkcji Cantora nie jest konieczny do tego, aby zrozumieć konstrukcję tablicy oraz przewidywać kolejne wyniki dla dowolnych dwóch argumentów. Wartości c podane w tabeli (il. 2), będące wynikiem operacji matematycznej – funkcji Cantora, stanowią pulę wszystkich dostępnych numerów odnoszących się do konkretnych NFT (token ID).

Kryptoznaczka 1.0 kategorii K1 kolekcji „Polska w kosmosie”,

Kryptoznaczka 1.0 kategorii K2 kolekcji „Polska w kosmosie”,

Kryptoznaczka 1.0 kategorii K3 kolekcji „Polska w kosmosie”,

Kryptoznaczka 1.0 kategorii K4 kolekcji „Polska w kosmosie”,

Kryptoznaczka 1.0 kategorii K5 kolekcji „Polska w kosmosie”.

$b \backslash a$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
0	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105	120	136	153	171	190	210	231	253	276	300	325	351
1	16	22	29	37	46	56	67	79	92	106	121	137	154	172	191	211	232	254	277	301	326	352	379
2	23	30	38	47	57	68	80	93	107	122	138	155	173	192	212	233	255	278	302	327	353	380	408
3	31	39	48	58	69	81	94	108	123	139	156	174	193	213	234	256	279	303	328	354	381	409	438
4	40	49	59	70	82	95	109	124	140	157	175	194	214	235	257	280	304	329	355	382	410	439	469
5	50	60	71	83	96	110	125	141	158	176	195	215	236	258	281	305	330	356	383	411	440	470	501
6	61	72	84	97	111	126	142	159	177	196	216	237	259	282	306	331	357	384	412	441	471	502	534
7	73	85	98	112	127	143	160	178	197	217	238	260	283	307	332	358	385	413	442	472	503	535	568
8	86	99	113	128	144	161	179	198	218	239	261	284	308	333	359	386	414	443	473	504	536	569	603
9	100	114	129	145	162	180	199	219	240	262	285	309	334	360	387	415	444	474	505	537	570	604	639
10	115	130	146	163	181	200	220	241	263	286	310	335	361	388	416	445	475	506	538	571	605	640	676
11	131	147	164	182	201	221	242	264	287	311	336	362	389	417	446	476	507	539	572	606	641	677	714
12	148	165	183	202	222	243	265	288	312	337	363	390	418	447	477	508	540	573	607	642	678	715	753
13	166	184	203	223	244	266	289	313	338	364	391	419	448	478	509	541	574	608	643	679	716	754	793
14	185	204	224	245	267	290	314	339	365	392	420	449	479	510	542	575	609	644	680	717	755	794	834
15	205	225	246	268	291	315	340	366	393	421	450	480	511	543	576	610	645	681	718	756	795	835	876
16	226	247	269	292	316	341	367	394	422	451	481	512	544	577	611	646	682	719	757	796	836	877	919
17	248	270	293	317	342	368	395	423	452	482	513	545	578	612	647	683	720	758	797	837	878	920	963
18	271	294	318	343	369	396	424	453	483	514	546	579	613	648	684	721	759	798	838	879	921	964	1008
19	295	319	344	370	397	425	454	484	515	547	580	614	649	685	722	760	799	839	880	922	965	1009	1054



il. 3. Przestrzenie numeryczne dla wartości token ID wszystkich kategorii kryptoznaczka (K1-K5) z kolekcji „Polska w kosmosie”.

Reprezentacje graficzne wszystkich wymienionych tokenów NFT zamieszczono na il. 4.

il. 4. Zestawienie wizualizacji NFT dla kolekcji kryptoznaczka Polska w kosmosie – kategorie K1-K5.

1. Fedorczyk B., Wstęp do kryptofilatelistyki, Filatel.pl, nr 3/2025, s. 197-198.

Ciąg dalszy (2) w Filatel.pl nr 5/2025.

